

# CINÉMATIQUE

## I ] LE RELAIS 4 X 100 M

La figure ci-contre donne les règles essentielles de la course du relais 4 X 100 m.

- 1° **Le coureur (1)** démarre à l'instant  $t = 0$  du point **A**.  
Son mouvement est rectiligne uniformément accéléré.  
Il atteint la vitesse :  $V_1 = 9,8 \text{ m.s}^{-1}$  en :  $Dt_1 = 0,80 \text{ s}$ .  
Il se trouve alors au point **A**<sub>1</sub>.

- Déterminer la valeur de l'accélération  $a_1$  de cette première phase de son mouvement.
- Établir, dans des repères que l'on précisera, les lois horaires littérales et numériques :  $x_1(t)$  et  $v_1(t)$  du mouvement du coureur (1) dans cette première phase.

- 2° À  $t_1 = 0,80 \text{ s}$ , commence la deuxième phase du mouvement du coureur (1). Son mouvement devient rectiligne et uniforme à la vitesse  $V_1$ .

En prenant comme origines des repères les éléments suivants :

repère d'espace : point **A**<sub>1</sub> ; repère de date :  $t = 0$  : « le coureur (1) est en **A**<sub>1</sub> »,

établir les lois horaires littérales et numériques :  $x_2(t)$  et  $v_2(t)$  du mouvement du coureur (1) dans cette deuxième phase.

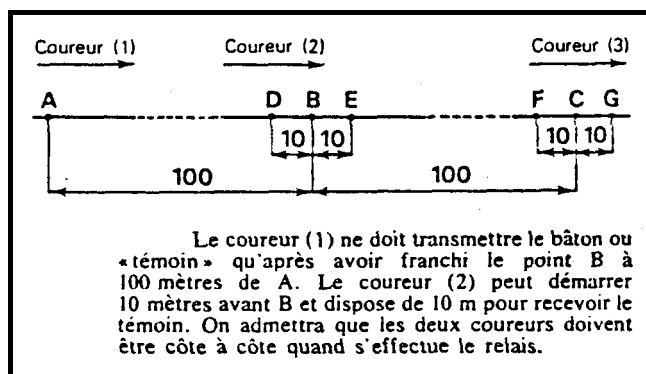
- 3° Quel temps réalise-t-il aux 100 m ?

- 4° **Le coureur (2)** démarre du point **D** en voyant arriver son coéquipier.

La première phase de son mouvement, uniformément accélérée, dure :  $Dt_2 = 3,2 \text{ s}$ .

Il arrive alors au point **D**<sub>1</sub> avec la vitesse :  $V_2 = V_1 = 9,8 \text{ m.s}^{-1}$ , en même temps que le coureur (1), et reçoit le « témoin ».

- Montrer que ce relais a été effectué dans les règles.
- Quelle distance sépare les deux relayeurs à l'instant où le coureur (2) a démarré ?



## II ] DANS LE MÉTROPOLITAIN

Une rame de métro va de la station Porte Dauphine à la station Victor Hugo. La distance entre les deux stations est :  $d = 1\,450 \text{ m}$ .

Partant de la station Porte Dauphine, le conducteur lance la rame de métro avec une accélération constante de valeur absolue :  $|a_1| = 0,80 \text{ m.s}^{-2}$ .

Au bout d'une durée  $q_1$ , quand il juge la vitesse suffisante pour pouvoir atteindre la station Victor Hugo, le conducteur coupe le courant. Différentes causes ralentissent le convoi dont le mouvement s'effectue alors avec une accélération constante de valeur absolue :  $|a_2| = 0,040 \text{ m.s}^{-2}$ .

A la fin de cette phase de ralentissement, de durée  $q_2$ , le métro s'arrête à la station Victor Hugo et :

$N = 53$  personnes en descendent, tandis que :  $N' = 15$  personnes montent dans la rame.

1° *Établir*, en prenant comme origine des espaces la station Porte Dauphine et comme origine des dates l'instant de départ de la rame, la loi horaire littérale :  $x_1(t)$  de la position du centre de la rame au cours de la première phase de son mouvement.

2° En déduire la loi horaire littérale :  $v_1(t)$  de la vitesse du centre de la rame au cours de la première phase de son mouvement.

3° Donner, en prenant comme origine des espaces la position du métro à la date  $q_1$  et comme origine des dates l'instant où cette position est atteinte, l'expression des lois horaires littérales :  $x_2(t)$  et  $v_2(t)$  de la position et de la vitesse du centre de la rame au cours de la deuxième phase de son mouvement.

4° Déterminer et calculer les durées  $q_1$  et  $q_2$  des deux phases du parcours.

5° Déterminer et calculer les longueurs  $l_1$  et  $l_2$  des deux phases du parcours.

6° a) Déterminer et calculer la vitesse maximale :  $V_{\max}$  du centre de la rame de métro entre les deux stations.

b) Représenter sur un schéma, à une échelle de représentation que l'on précisera, le vecteur vitesse :  $\vec{V}_{\max}$ .

7° Déterminer et calculer la vitesse moyenne :  $V_{\text{moy}}$  du centre de la rame de métro entre les deux stations.

8° Représenter sur le même graphique, avec des échelles différentes, l'allure des graphes des lois horaires de la vitesse et de l'accélération du centre du convoi,  $v(t)$  et  $a(t)$ , au cours de son mouvement entre les deux stations.

### III] ÉTUDE DU MOUVEMENT D'UN POINT MOBILE

Dans le référentiel  $\mathbf{R}$ , muni du repère d'espace cartésien  $(\mathbf{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , la loi horaire d'un point mobile  $\mathbf{M}$  est donnée par : (vecteur  $\mathbf{OM}$ ) =  $2.t \vec{i} + \sqrt{4.(1-t^2)} \vec{j}$ , avec  $t$  exprimé en seconde et les distances en mètre.

- 1°) On suppose :  $t > 0$ . Pour quelles valeurs de  $t$  le mouvement de  $\mathbf{M}$  est-il défini ?
  - 2°) a) En éliminant le paramètre  $t$  dans la loi horaire du mouvement de  $\mathbf{M}$ , déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de  $\mathbf{M}$ . Montrer qu'il s'agit d'un arc de cercle.  
b) Construire cette trajectoire, sur papier millimétré, à l'échelle :  $1/40^\circ$ .
  - 3°) a) Exprimer les coordonnées du vecteur vitesse  $\vec{V}$  du point  $\mathbf{M}$  dans la base  $(\vec{i}, \vec{j})$ .  
Le mouvement de  $\mathbf{M}$  est-il uniforme ? Justifier la réponse.  
b) Représenter, sur le graphique du 2°) b), le vecteur vitesse du point  $\mathbf{M}$ ,  $\vec{V}_{0,5}$ , à l'instant :  $t_{0,5} = 0,5$  s.  
Échelle de représentation des vecteurs vitesse :  $1 \text{ cm} \leftrightarrow 0,50 \text{ m.s}^{-1}$ .
  - 4°) a) Exprimer la vitesse angulaire  $w$  du point  $\mathbf{M}$  en fonction du temps.  
b) Quelle est sa valeur numérique pour :  $t_{0,5} = 0,5$  s ?
  - 5°) a) Exprimer les coordonnées, dans la base de Frenet, du vecteur accélération  $\vec{a}_M$  de  $\mathbf{M}$ .  
b) Représenter, sur le graphique du 2°) b), le trièdre de Frenet (échelle :  $1/40^\circ$ ) et le vecteur  $\vec{a}_M$  à l'instant :  $t_{0,5} = 0,5$  s.  
Échelle de représentation des vecteurs accélération :  $1 \text{ cm} \leftrightarrow 0,50 \text{ m.s}^{-2}$ .
  - 6°) À la date :  $t_{0,5} = 0,5$  s, le mouvement de  $\mathbf{M}$  est-il accéléré ou décéléré ? Justifier la réponse.
  - 7°) Quelle est la valeur numérique de l'abscisse curviligne de  $\mathbf{M}$ , à la date :  $t_{0,5} = 0,5$  s, si l'origine des abscisses curvilignes est la position  $\mathbf{M}_0$  du point  $\mathbf{M}$  à la date :  $t_0 = 0,0$  s ?
-